

Г.Н. Боганик. Обратный прогностический фильтр

Обратный прогностический фильтр применяют для увеличения временной разрешённости сейсмической записи, т.е. сокращения длительности составляющих сигналов путём подавления их хвостовых частей. Для расчёта такого фильтра достаточно знать только автокорреляционную функцию $b_y(t)$ входной трассы $y(t)$. Если сигнал регистрируется без помех, то в дискретной форме можно записать:

$$b_y(k) = b_s(k) = \sum_{j=0}^{M-k} s(j) \cdot s(j+k); k=0, 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

При известной функции автокорреляции (АКФ) по фактическим значениям функции $y(t)$ в моменты времени $t \leq \theta \Delta t$ можно рассчитать (прогнозировать) наиболее вероятное её значение в некоторый последующий момент времени $t = (\theta + \alpha) \Delta t$. При вычитании прогнозных значений из соответствующих фактических значений для сигнальных импульсов $s(t)$ сохраняются только их начальные (головные) части длительностью $\alpha \Delta t$, а последующие (хвостовые) части подавляются. Параметр α называется интервалом прогнозирования. Таким образом, обратный прогностический фильтр реализует две процедуры — прогноз и вычитание. Первая из них выполняется оптимальным прогностическим фильтром с оператором $h_n(t)$, который определяется из уравнения Колмогорова-Винера при условии, что желаемым результатом фильтрации являются значения входного процесса $y(t)$, задержанные по времени на величину $\alpha \Delta t$. В дискретной форме система линейных уравнений для нахождения оператора $h_n(t)$ имеет вид

$$\sum_{k=0}^M h_n(k) \cdot b_y(m-k) = b_y(m+\alpha) \quad (2)$$

Коэффициентами и свободными членами являются значения АКФ сейсмической трассы. Можно найти оператор $h_n(k)$ при помощи z -преобразования:

$$\begin{aligned} b_y(k) &\Leftrightarrow B_y(z) \\ h_n(k) &\Leftrightarrow H_n(z) \end{aligned} \quad (3)$$

Z -преобразование уравнения (2):

$$H_n(z) \cdot B_y(z) = B_y(z^{1+\alpha}) \quad (4)$$

позволяет сразу получить z -преобразование оператора прогноза:

$$H_n(z) = \frac{B_y(z^{1+\alpha})}{B_y(z)} \quad (5)$$

Добавив сюда операцию вычитания прогнозного значения из наблюдаемого, получим z -преобразование оператора обратного фильтра:

$$H(z) = 1 - H_n(z) \quad (6)$$

Дискретный оператор $h(k)$ оптимального обратного прогностического фильтра имеет вид:

$$h(k) = \underbrace{0, 0, 0, 0, \dots, 0}_{\alpha-1 \text{ нулей}}, -h_n(\alpha), -h_n(\alpha+1), \dots, -h_n(M) \quad (7)$$

Результат фильтрации сигнала можно получить путём свёртки исходного сигнала с оператором

фильтра: $\tilde{s}(k) = s(k) * h(k) = \sum_{j=0}^M h(j) \cdot s(k-j)$