

Построение полей времен и годографов простейших типов волн от точечного источника расположенного в однородном пласте, подстилаемом изотропным полупространством.

1. Описание исходной модели.

В данной работе мы будем рассматривать лишь кинематическую (времена и координаты), а не динамическую (амплитуды) сторону явления распространения сейсмических волн. Вследствие этого будем исходить, по возможности, из основных постулатов “геометрической” сейсмологии, рассмотренных ранее: принципа Гюйгенса для фронтов волн и эквивалентного ему принципа Ферма для лучей. Применим их к достаточно простой геологической модели, чтобы избежать сложных вычислений, могущих лишь затруднить понимание сущности явления. Конечно, с некоторыми оговорками данные методы могут использоваться и для более сложных моделей, однако при этом действия уже не будут ограничиваться лишь элементарными геометрическими построениями и потребуют уже существенно более сложных вычислений и методических приемов.

Исходная модель, выбранная для данной работы (рис. 1), представляет собой однородный пласт, подстилаемый однородным изотропным полупространством. Плоская отражающая граница R с углом наклона φ (профиль ориентирован по направлению истинного падения пласта) является их границей раздела. Угол наклона φ считается *положительным* при падении границы вправо и *отрицательным* - при падении границы влево. Поверхность наблюдения горизонтальная и совпадает с дневной поверхностью ($z=0$). Источник колебаний расположен в точке $S(x=0, z=0)$. Скорости распространения сейсмических волн V_1 в пласте и V_2 в подстилающем полупространстве, причем $V_2 > V_1$. Глубина по нормали к границе (эхоглубина) в точке источника равна h . В точке D на границе имеется неоднородность, являющаяся источником дифракции.

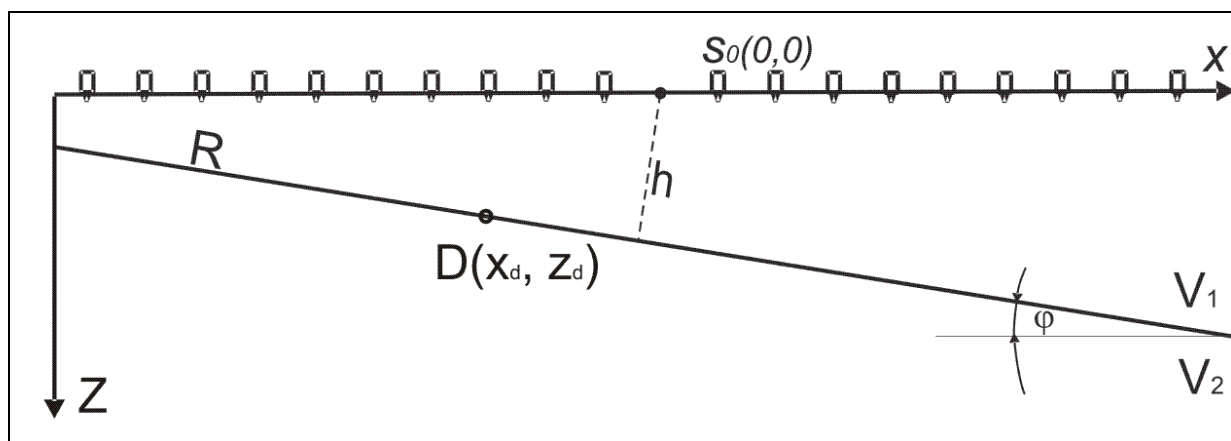


Рис. 1 Исходная модель.

2. Построение полей времен.

В однородной среде, в случае точечного источника, действующего кратковременно в точке $S_0(x=0, y=0, z=0)$ в момент $t=0$ [1, 2], фронт волны в различные моменты времени в соответствии с фундаментальным решением волнового уравнения [4] имеет вид сферических поверхностей. Их радиусы изменяются во времени в соответствии со скоростью распространения волны как $r(t) = Vt$, т.е.

$$F(x, y, z, t) = F(r, t) = \frac{\delta(r - Vt)}{r} \quad (1)$$

Это позволяет существенно упростить построение *изохрон* (линий равных значений поля времен) путем неявного использования принципа Гюйгенса (рис. 2) в пределах такого однородного пласта. В начальный момент времени $t=0$ элементарный “вторичный” источник как бы расположен лишь в точке $S_0(0, 0, 0)$, поэтому для последующего момента $t=\Delta t$ начальная форма фронта сфера радиуса $r = V\Delta t$ (в плоскости чертежа - окружность). Поскольку огибающая фронтов вторичных источников расположенных на окружности, будет также представлять собой окружность (либо дугу окружности) в любой последующий момент времени, то можно избежать построения таких фронтов от элементарных источников и вычерчивать непосредственно изохроны полей времен в виде окружностей.

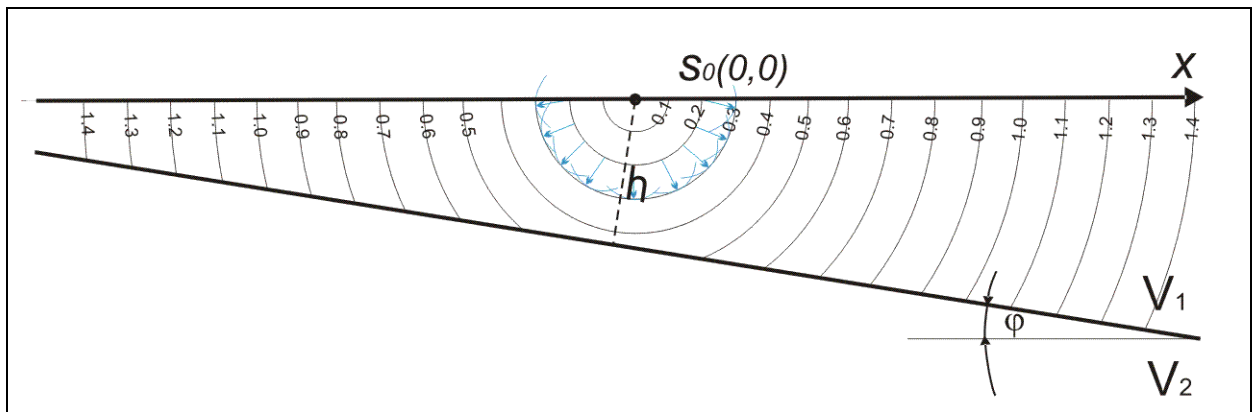


Рис. 2. Поле времен падающей волны.

Радиусы изохрон могут быть рассчитаны по формуле $r_k = V_1 k \Delta t$, где Δt представляет собой шаг по времени между изохронами и $\Delta r = V_1 \Delta t$ – радиус фронта элементарного сферического источника, а $t_k = k \Delta t$ – время, соответствующее данной изохроне. Лучи, в случае однородной изотропной среды, в соответствии с принципом Ферма представляют собой нормальную

В соответствие с законом Снеллиуса [1, 2] для любого луча монотипной волны угол падения α равен углу отражения α_1 . Это позволяет для построения лучей и изохрон использовать мнимый источник $S_1(x_1, z_1)$, расположенный зеркально истинному по отношению к отражающей границе. Нормальная конгруэнтность лучей отраженной волны относительно мнимого источника S_1 в этом случае сохраняется.

С целью построения поля времен волны, *проходящей* в нижнее полупространство, необходимо применять принцип Гюйгенса в его непосредственном виде, т.е. строить элементарные фронты от вторичных источников, однако для вычисления радиуса фронтов этих элементарных источников необходимо использовать уже V_2 , т.е. $\Delta r = V_2 \Delta t$, поскольку построения проходят во второй среде.

© Г.А. Карапетов

используются реальные временные различия (рис. 3) между строящейся изохроной проходящей волны и каждой дополнительной изохроной падающей (например, $\Delta r_1 = V_2 \Delta t / 4$, $\Delta r_2 = V_2 \Delta t / 2$, $\Delta r_3 = V_2 \Delta t 3/4$ и т.д.).

Начиная с точек границы определяемых лучами, падающими под критическим углом (рис. 4) $\alpha_{кр} = \arcsin(V_1 / V_2)$ (область “закритических отражений”), преломленные лучи скользят вдоль границы R со скоростью V_2 . Фронт проходящей волны, в этой области, в зоне касания границы перпендикулярен ей (имеет эллиптическую форму с большой полуосью совпадающей с границей). В закритической области, прохождение однородной волны из слоя в полупространство не происходит, т.е. имеет место так называемое явление “**полного внутреннего отражения**”.

В закритической области фронт проходящей волны скользит вдоль границы R со скоростью V_2 - более высокой, чем фронт отраженной волны,

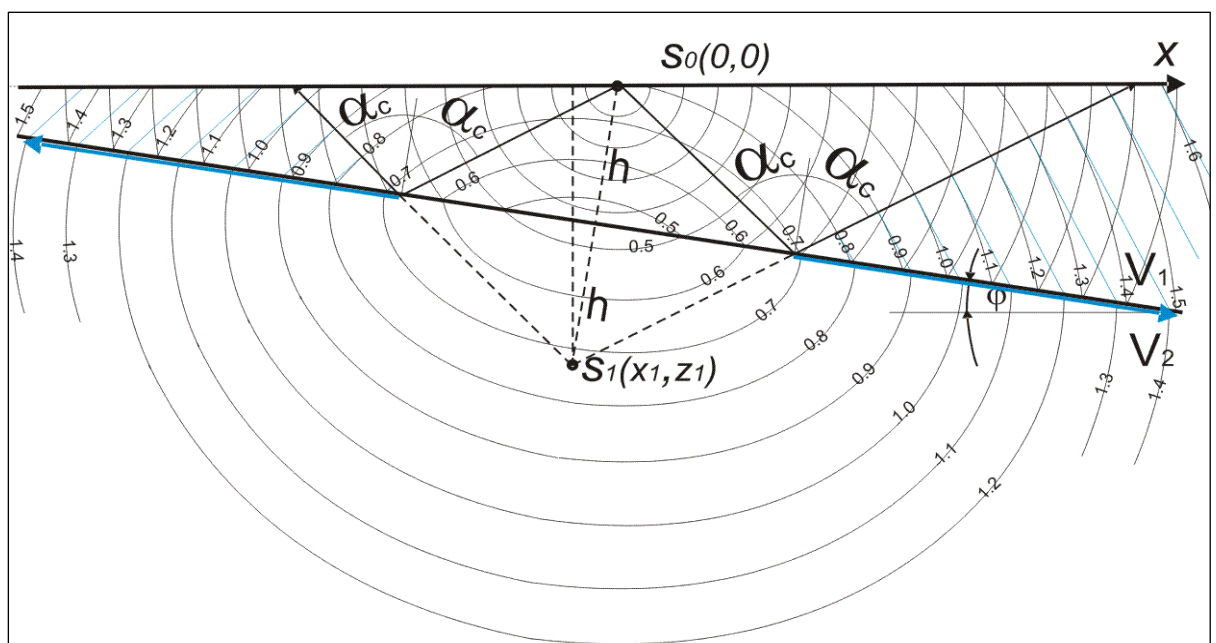


Рис. 4 Схема образования головной волны и поле времен преломленной волны.

отрывается от него, порождая в вышележащем пласте т.н. **преломленную волну** (рис. 4), которая компенсирует этот разрыв сплошности. Эта волна регистрируется на поверхности, начиная с точки выхода луча отраженного под критическим углом.

Отраженная от границы R волна, достигая поверхности земли ($z=0$), вновь отражается от нее, образуя **кратную падающую волну** (рис. 4). Построение поля времен такой волны, в данном случае, удобно проводить из мнимого источника $S_2(x_2, z_2)$, расположенного симметрично по отношению к дневной поверхности мнимому источнику S_1 . Радиусы изохрон рассчитываются по той же формуле $r_k = V_1 k \Delta t$, с нарастанием индекса k . Изохроны полей времен отраженной волны и кратной падающей, имеющие

одинаковое время, должны быть сопряжены в точках касания дневной поверхности.

Достигая границы R , кратная падающая волна вновь отражается к дневной поверхности, где может быть также зарегистрирована как **двукратно отраженная волна**. Другая ее часть проходит в нижнее полупространство или скользит вдоль границы, образуя кратную преломленную волну, и т.д. Изохроны поля времен двукратно отраженной волны удобно строить на основе все того же упрощения принципа Гюйгенса для однородной среды и точечного источника, при этом дополнительный мнимый источник $S_3(x_3, z_3)$ располагается зеркально источнику $S_2(x_2, z_2)$ по отношению к отражающей границе R .

Поле времен **кратной проходящей волны** (рис. 5) необходимо строить с учетом зон полного внутреннего отражения, для чего необходимо вначале построить “критические” лучи и сопрягать изохроны на границе раздела лишь в центральной части, учитывая дальнейшее расхождение фронтов в закритической области.

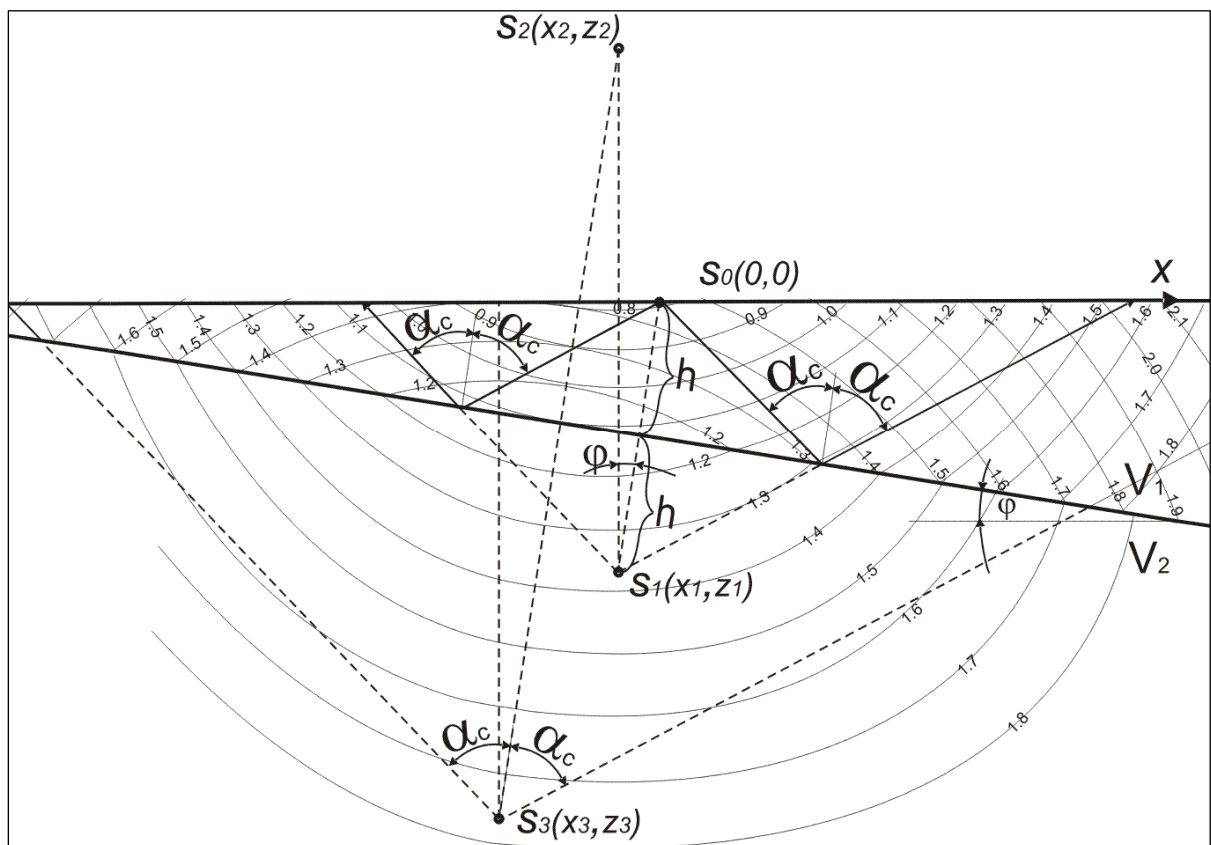


Рис. 5 Поля времен двукратных волн и положение вспомогательных мнимых источников.

Построение поля времен **дифрагированной волны** [2, 5] осуществляется аналогичным основному источнику способом, поскольку источник дифракционной волны также может рассматриваться в качестве точечного, но включающегося в момент времени, соответствующий приходу

в точку **D** инициирующей волны (падающей или двукратно падающей и т.д.). Следует лишь согласовать (рис. 6) положение изохрон соответствующей

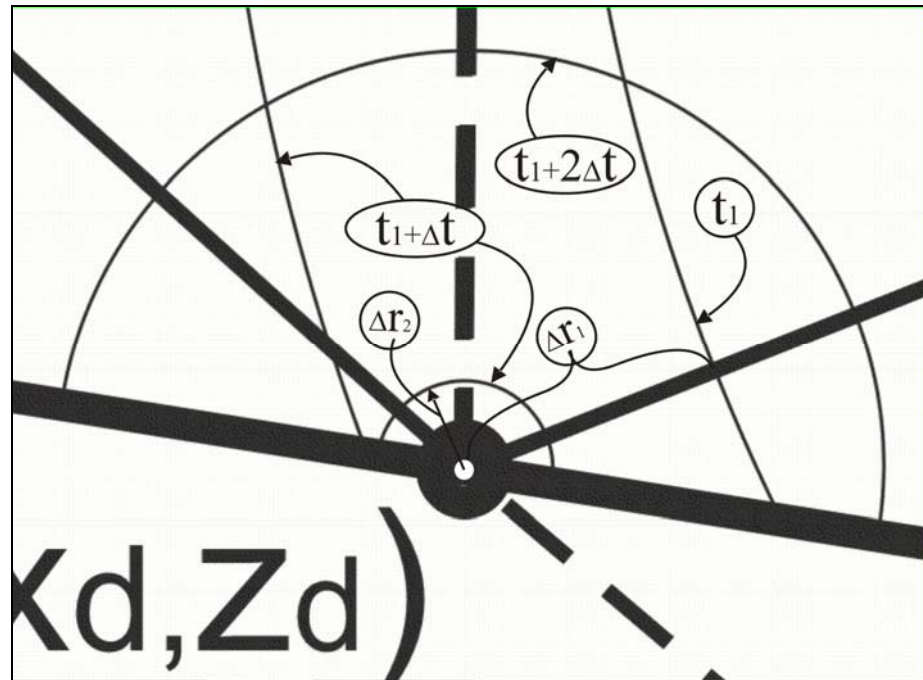


Рис. 6 Сопоставление изохрон падающей и дифрагированной волн.

падающей и дифрагированной волн так, чтобы $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$, где $\Delta r_1 = V_1 \Delta t_1$ - расстояние по лучу от ближайшей из изохрон падающей волны до центра дифракции **D**, а $\Delta r_2 = V_1 \Delta t_2$ - расстояние по лучу до первой из изохрон дифракции.

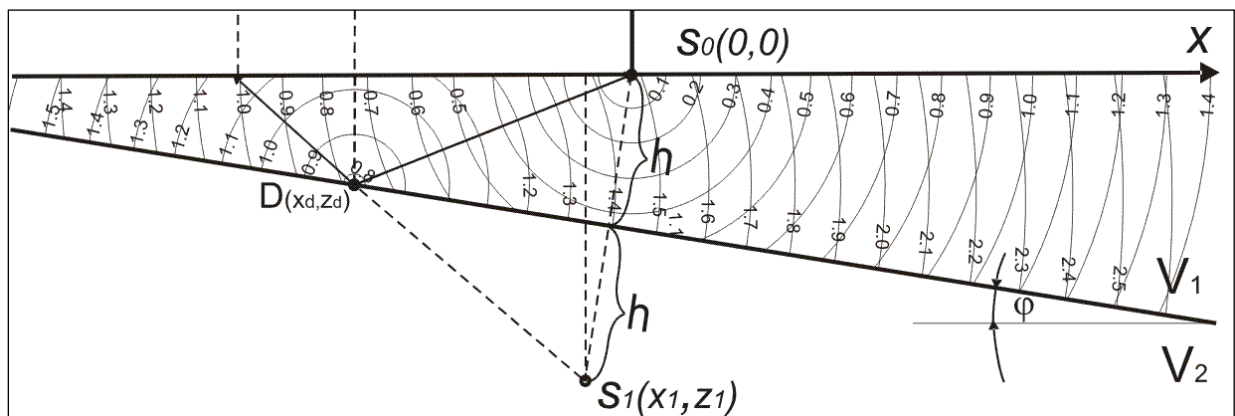


Рис. 7 Поля времен падающей и дифрагированной волн.

Построение поля времен **дифрагированной волны** от кратной падающей (рис. 8) отличается лишь согласованием поля времен дифрагированной волны с другим полем падающей (в данном случае - двукратно падающей).

Построение полей времен комбинированных волн: кратных *отраженно-преломленной* и *преломлено-отраженной* [2, 5] не должно вызывать особых затруднений, поскольку в плоскости профиля их фронты являются плоскими (в пространстве это конические поверхности).

Для *отраженно-преломленной* волны построение поля времен существенно не отличается от построений для обычной преломленной волны. Различия лишь в том, что лучи, падающие под критическими углами, трассируются из точки мнимого источника $S_3(x_3, z_3)$ (рис. 5) и области полного внутреннего отражения расположены дальше от источника и в ряде случаев могут выходить за рамки чертежа.

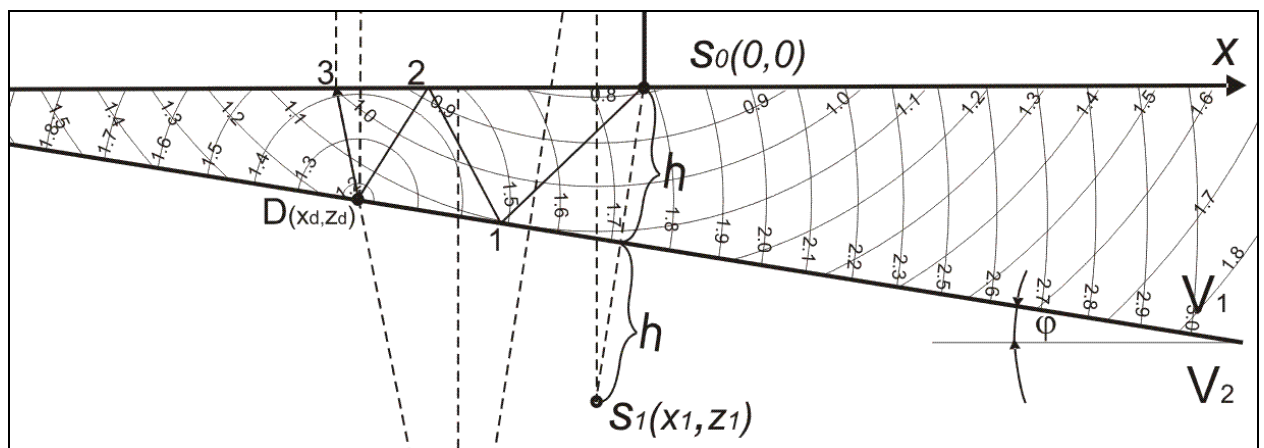


Рис. 8 Поля времен двукратной падающей и порожденной ею дифрагированной волной.

Для *преломленно-отраженной* волны построение поля времен начинается с трассирования обычных “критических” лучей, которые достраиваются до лучей кратной отраженной волны с использованием мнимых источников S_2 и S_3 . Данные лучи являются внутренней границей существования полей времен кратных волн (падающие – для падающих, восходящие – для отраженных). Поскольку изохроны преломленной волны являются прямыми линиями в плоскости профиля, то и результирующие поля будут аналогичными по структуре (также коническими поверхностями в пространстве).

Изохроны поля времен кратной падающей преломленно-отраженной волны будут перпендикулярны частям лучей, направленным к границе из источника $S_2(x_2, z_2)$.

Изохроны же поля времен кратной преломленно-отраженной от границы волны будут перпендикулярны восходящим участкам лучей, направленным к границе из источника $S_3(x_3, z_3)$.

3. Построение сейсмических годографов.

Понятие *сейсмического годографа* (*time-distance curve*) неразрывно связано с понятием *поля времен*. Если в трехмерном евклидовом пространстве, в котором задано поле времен $t(x, y, z)$ сейсмической волны, выбрать некоторую произвольную поверхность наблюдения $S(x, y, z)=0$, то каждой точке такой поверхности (x_0, y_0, z_0) соответствует вполне определенное значение времени $t_0=t(x_0, y_0, z_0)$. Совокупность $t(x_0, y_0, z_0)$ для $(x_0, y_0, z_0) \in S(x, y, z)$ в соответствии с [3] называется *пространственным сейсмическим годографом* на данной поверхности S .

Как правило, в качестве поверхности наблюдения $S(x, y, z)$ используется поверхность земли, которая для упрощения выкладок условно принимается за плоскость $z=0$. Такие годографы называются *поверхностными* и могут изображаться либо в виде трехмерных поверхностей в координатах $(x, y, t(x, y))$, либо в виде карты изохрон на плоскости (x, y) .

Если в качестве объекта наблюдения выбирается некоторая линия $l \in S(x, y, z)$, то такой годограф называется *линейным*. Наиболее употребительными в практике сейсмической разведки являются прямые линии (прямолинейные профили) $l(x, y) \in S(x, y, z=0)$. В тех случаях, когда такой профиль проходит через точку источника $S(x=0, y=0, z=0)$, годограф называется *продольным*, в противном случае *непродольным*.

В данном разделе мы рассмотрим построение продольных годографов простейших монотипных (явления обмена исключены из рассмотрения) видов волн от точечного источника в рамках приближений геометрической сейсмологии (только кинематические характеристики) для случая, когда ось X совмещена с линией наблюдений и совпадает с азимутом падения границы.

3.1 Годограф *прямой волны*, распространяющейся вдоль дневной поверхности от источника до приемника с удалением x , имеет вид (рис. 9) прямых линий исходящих из начала координат

$$t_{\text{прям}}(x) = \frac{|x|}{V_1} \quad (2)$$

3.2 Годограф *однократно отраженной волны* (рис. 9) от границы R имеет вид гиперболы

$$t_{omp}(x) = \frac{1}{V_1} \sqrt{4h^2 + 4hx \sin \varphi + x^2}, \quad (3)$$

представляющей собой сечение вертикальной плоскостью верхней части

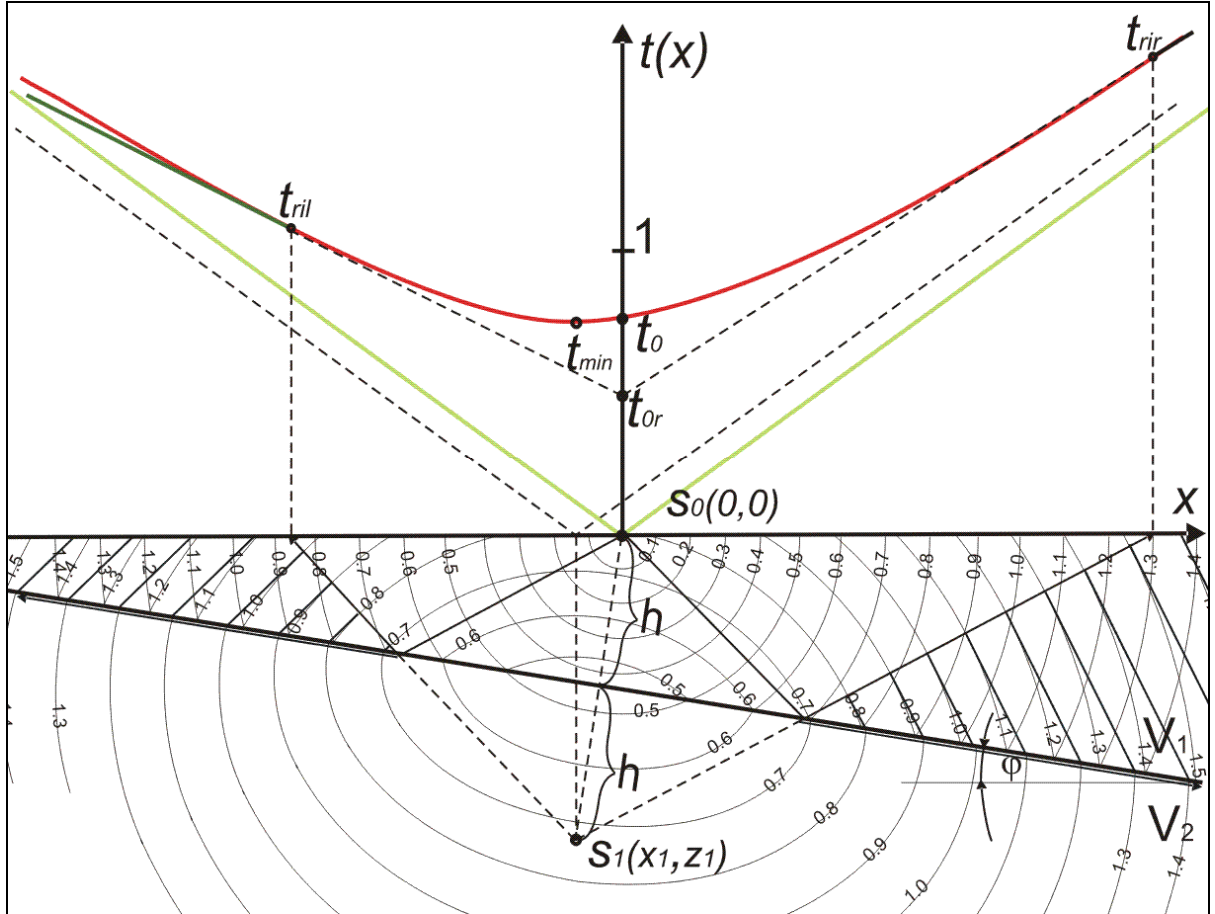


Рис. 9 Годографы прямой, отраженной и преломленной волн.

двуполостного гиперboloида вращения. Каноническое уравнение гиперболы имеет вид

$$\frac{(x - x_{\min})^2}{4h^2} - \frac{t^2}{(2h/V_1)^2} = -1 \quad (4)$$

с минимумом $t_{\min} = 2h \cos(\varphi) / V_1$ в точке $x_{\min} = -2h \sin(\varphi)$ (5)

и асимптотами $t_{acc} = \frac{1}{V_1} |x - x_{\min}|$. (7)

В точке $x=0$ значение $t_0 = \frac{2h}{V_1}$. (8)

3.3 Годограф *преломленной волны* (рис. 7) от границы **R** имеет вид

$$t_{\text{прел}}(x) = t_{0r} + x/V^* = \frac{2h \cos \alpha_{\text{кр}}}{V_1} + \frac{|x| \cdot \sin(\alpha_{\text{кр}} \pm \varphi)}{V_1} \quad (9)$$

где $\alpha_{\text{кр}} = \arcsin(V_1/V_2)$ при условии, что $V_1 < V_2$. Для φ знак “+” выбирается для положительных удалений x , знак “–” выбирается для отрицательных удалений x (для $\varphi < 0$ знак меняется на противоположный).

Поскольку преломленная волна образуется лишь в области закритических отражений (т.е. угол падения луча $\alpha \geq \alpha_{\text{кр}}$), то в непосредственной близости от источника она не регистрируется и имеет два отдельных прямолинейных участка годографа с различными кажущимися скоростями

$$V_{\pm}^* = \frac{V_1}{\sin(\alpha_{\text{кр}} \pm \varphi)} \quad (10)$$

Точки выхода преломленной волны на поверхность (начальные координаты годографов) имеют соответственно координаты

$$x_{or}^+ = 2h \cos \phi \cdot \text{tg}(\alpha_{\text{кр}} + \varphi) - 2h \sin \phi \quad (11)$$

$$x_{or}^- = -2h \cos \phi \cdot \text{tg}(\alpha_{\text{кр}} - \varphi) + 2h \sin \phi \quad (12)$$

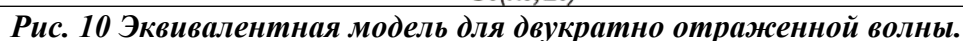
Точка выхода в первые вступления (пересечения с годографом прямой волны) имеет координаты

$$x_{br} = \pm \frac{2h \cos \alpha_{\text{кр}}}{1 - \sin(\alpha_{\text{кр}} \pm \varphi)} \quad (13)$$

Поскольку уравнение годографа преломленной волны формально представляет собой уравнение прямой линии, то член соответствующий константе

$$t_{0r} = \frac{2h \cos \alpha_{\text{кр}}}{V_1} \quad (14)$$

3.4 Годограф *двукратно отраженной волны* от границы ***R*** имеет также вид гиперболы, которая (рис. 10) формально эквивалентна годографу однократно отраженной волны [5] от границы, имеющей угол наклона



$$t_{2^{u}_{kp.omp}}(x) = \frac{1}{V_1} \sqrt{4h_2^2 + 4h_2x \sin 2\phi + x^2} =$$

$$\frac{1}{V_1} \sqrt{4h^2 \frac{\sin^2 2\phi}{\sin^2 \phi} + 4hx \frac{\sin^2 2\phi}{\sin \phi} + x^2} \quad (16)$$

$$\frac{(x - x_{2\min})^2}{16h^2 \cos^2 \varphi} - \frac{t^2}{(4h \cos \varphi / V_1)^2} = -1 \quad (17)$$

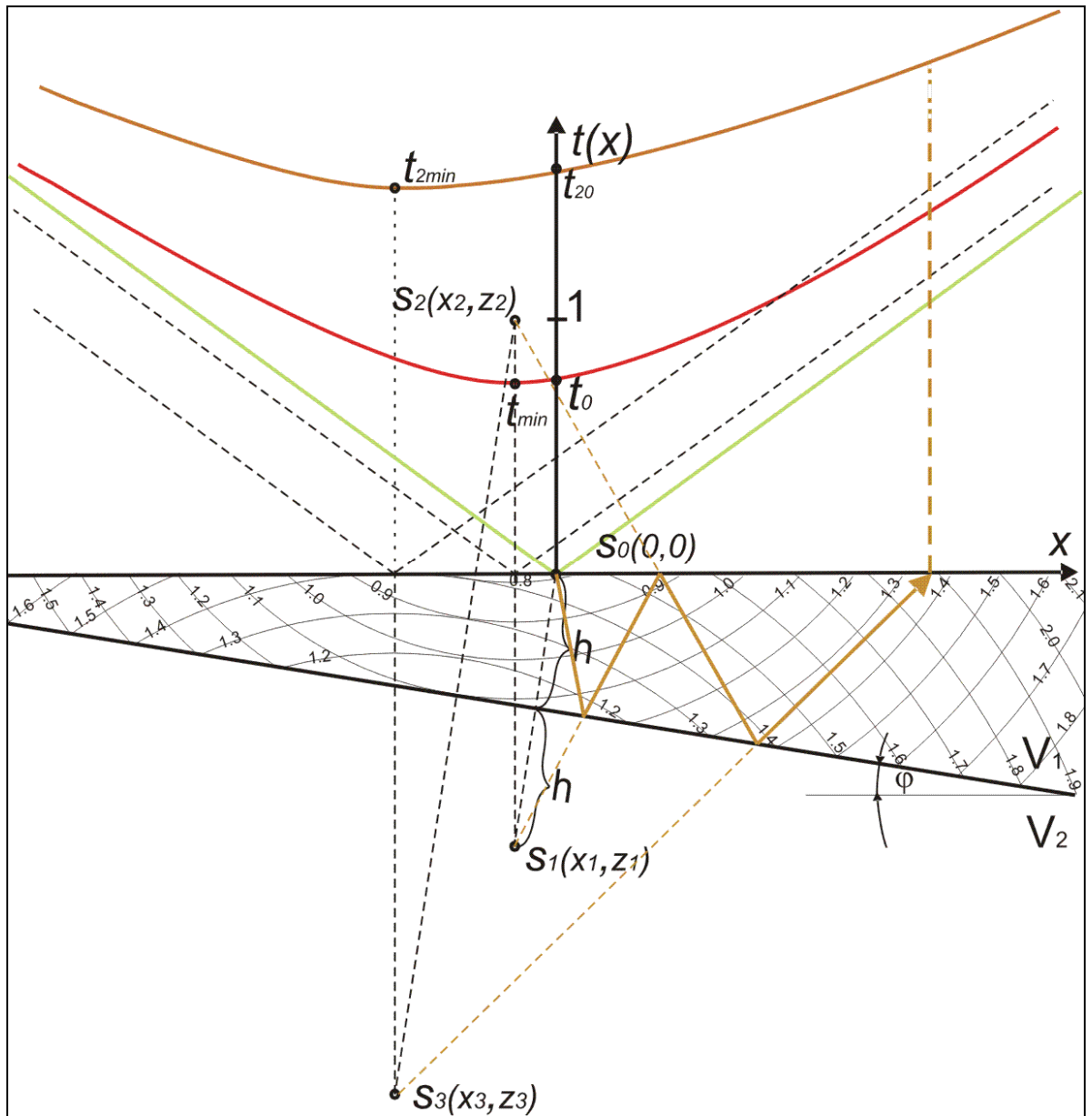


Рис. 11 Годограф двукратно отраженной волны.

с минимумом t_{2min} в точке $x_{2min} = -4h \cos(\varphi) \sin(2\varphi)$ (18)

и асимптотами $t_{2acc} = \frac{1}{V_1} |x - x_{2min}|$. (19)

Как видно (рис. 11), асимптоты имеют тот же наклон, что и асимптоты годографа однократно отраженной волны. Это связано с тем обстоятельством, что волна проходит весь свой путь, также как и однократная, в первой среде со скоростью V_1 и, хотя стороны образующего прямоугольника гиперболы другие, их отношение не меняется.

В точке $x=0$ значение $t_{20} = \frac{4h \cos \varphi}{V_1}$. (20)

Трассирование лучей двукратно отраженной волны производится с использованием трех мнимых источников (рис. 11):

$$\begin{aligned} S_1 (x_1 &= -2h \sin \varphi, z_1 = 2h \cos \varphi), \\ S_2 (x_2 &= -2h \sin \varphi, z_2 = -2h \cos \varphi), \\ S_3 (x_3 &= -4h \cos \varphi \sin 2\varphi, z_3 = 4h \cos \varphi \cos 2\varphi), \end{aligned} \quad (21)$$

начиная с точки выхода луча на дневную поверхность, последовательно используя мнимые источники S_3 , S_2 и S_1 для определения соответствующих точек отражения от границы R (S_3 , S_1) и дневной поверхности (S_2).

3.5 Годограф *дифрагированной волны* от источника дифракции D (рис. 12) имеет также вид гиперболы [2, 5]. Дифрагированная волна, рассматриваемой иногда как предельный случай волны, преломленной [2] от границы с малым радиусом кривизны (по отношению к длине волны).

$$t_{\text{дифр}}(x) = t_{d1} + \frac{1}{V_1} \sqrt{z_d^2 + (x - x_d)^2} \quad (22)$$

$$\text{где} \quad t_{d1} = \frac{1}{V_1} \sqrt{z_d^2 + x_d^2}. \quad (23)$$

с минимумом $t_{d1\min} = t_{d1} + z_d/V_1$ в точке x_d и асимптотами

$$t_{d1acc} = t_{d1} + \frac{1}{V_1} |x - x_d|. \quad (24)$$

Если источник дифракции, как в нашем случае, расположен на границе, то годограф дифрагированной волны касается годографа однократно отраженной волны в точке, соответствующей одинаковому пути пробега.

$$x_{d1t} = x_d - z_d \frac{x_1 - x_d}{z_1 - z_d} = x_d - z_d \frac{2h \sin \varphi - x_d}{2h \cos \varphi - z_d} \quad (25)$$

Другими словами, годограф дифрагированной волны всегда касается годографа волны ее первоначально породившей.

3.6 Годограф кратной *дифрагированной волны* от источника дифракции D (рис. 13), как и предыдущий, имеет вид гиперболы. Форма

гиперболы остается неизменной, т.к. определяется лишь положением точки дифракции на разрезе (при условии нахождения в одном и том же пласте).

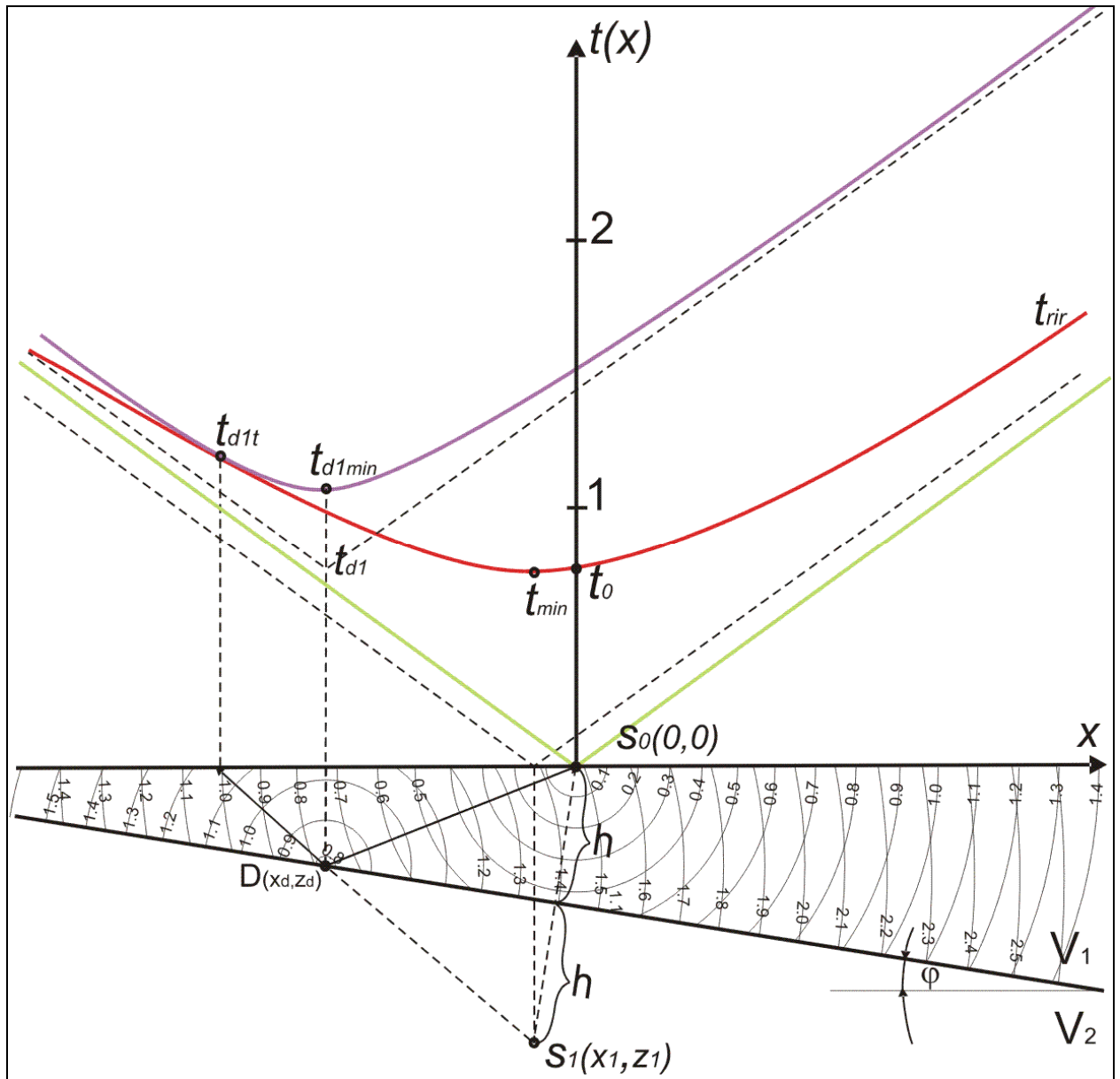


Рис. 12 Годограф дифрагированной волны.

$$t_{\text{дифр}2}(x) = t_{d2} + \frac{1}{V_1} \sqrt{z_d^2 + (x - x_d)^2} \quad (26)$$

$$\text{где } t_{d2} = \frac{1}{V_1} \sqrt{(z_3 - z_d)^2 + (x_3 - x_d)^2} \quad (27)$$

определяется расстоянием от мнимого источника $S_3(x_3, z_3)$ до точки

Годограф кратной дифрагированной волны, как и в предыдущем случае, касается годографа двукратно отраженной волны в точке, соответствующей одинаковому пути пробега.

$$x_{d2t} = x_d - z_d \frac{x_3 - x_d}{z_3 - z_d} = x_d - z_d \frac{4h \cos \varphi \sin 2\varphi - x_d}{4h \cos \varphi \cos 2\varphi - z_d} \quad (29)$$

3.7 Годограф кратной *отраженно-преломленной волны* [2] имеет две прямолинейные ветви, наблюдаемые на удалении от источника с идентичными годографу однократной преломленной волны наклонами (кажущимися скоростями).

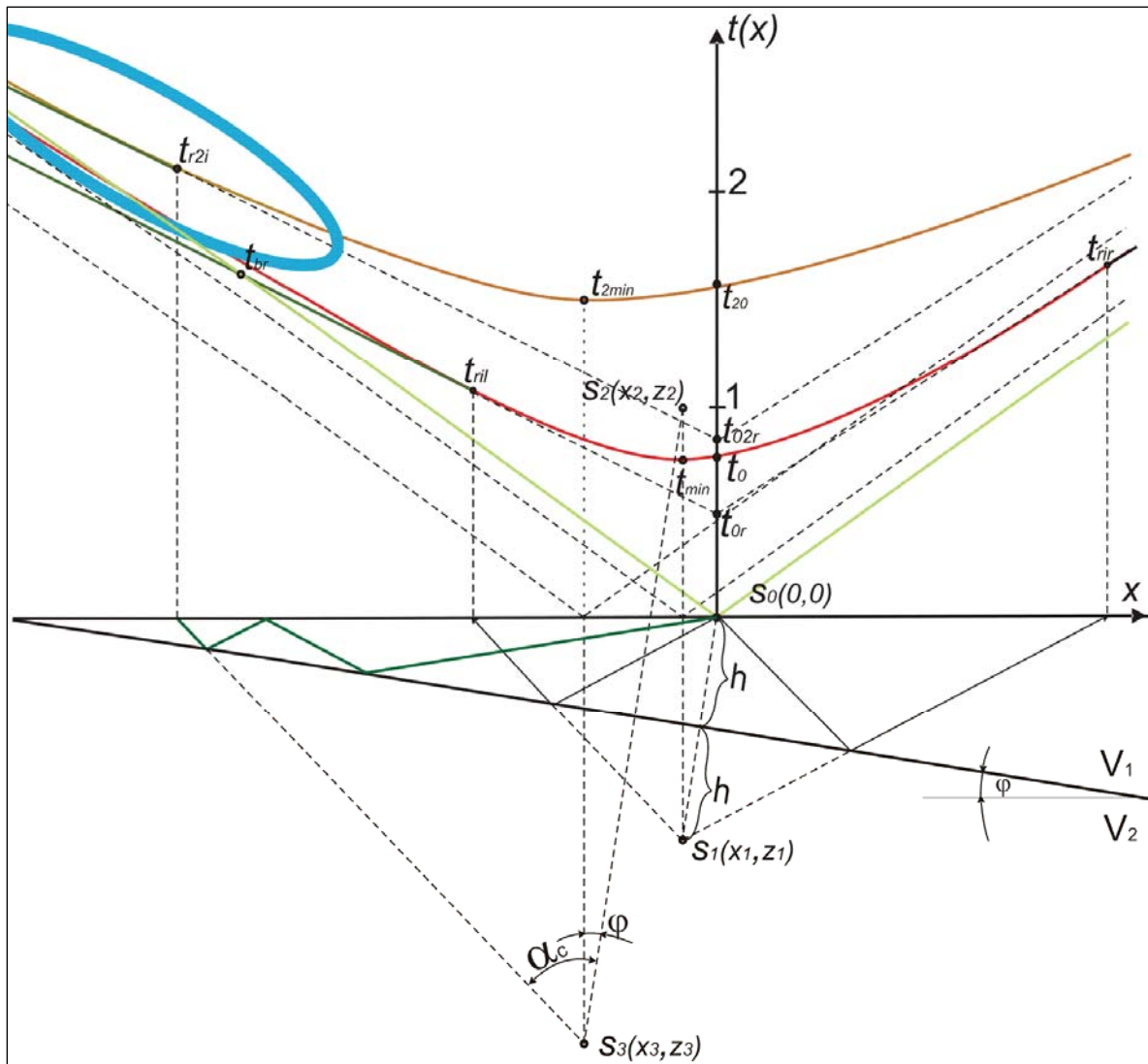


Рис. 14 Годограф кратной отраженно-преломленной волны.

$$t_{\text{прел}2}(x) = t_{02r} + x / V^* = \frac{4h \cos \varphi \cos(\alpha_{\text{кр}} + \varphi)}{V_1} + \frac{|x| \cdot \sin(\alpha_{\text{кр}} \pm \varphi)}{V_1} \quad (30)$$

Точки выхода волны на дневную поверхность расположены на больших удалениях от пункта источника и могут существенно выходить за пределы чертежа (при заданном масштабе), особенно в сторону падения границы, поэтому на рис. 14 видна лишь левая ветвь и луч, соответствующий начальной точке t_{r2i} годографа (выхода волны на поверхность).

Ветви годографов (их продолжения до оси времени в пункте взрыва) должны быть увязаны по времени t_{02r} в точке источника.

3.8 Годограф кратной *преломленно-отраженной волны* имеет также две прямолинейные ветви, наблюдаемые на удалении от источника с кажущимися скоростями, отличающимися от скоростей однократной преломленной волны. В сторону падения пласта наклон годографа больше (кажущаяся скорость ниже по сравнению с преломленной волной), в сторону же восстания пласта наклон меньше (кажущаяся скорость больше).

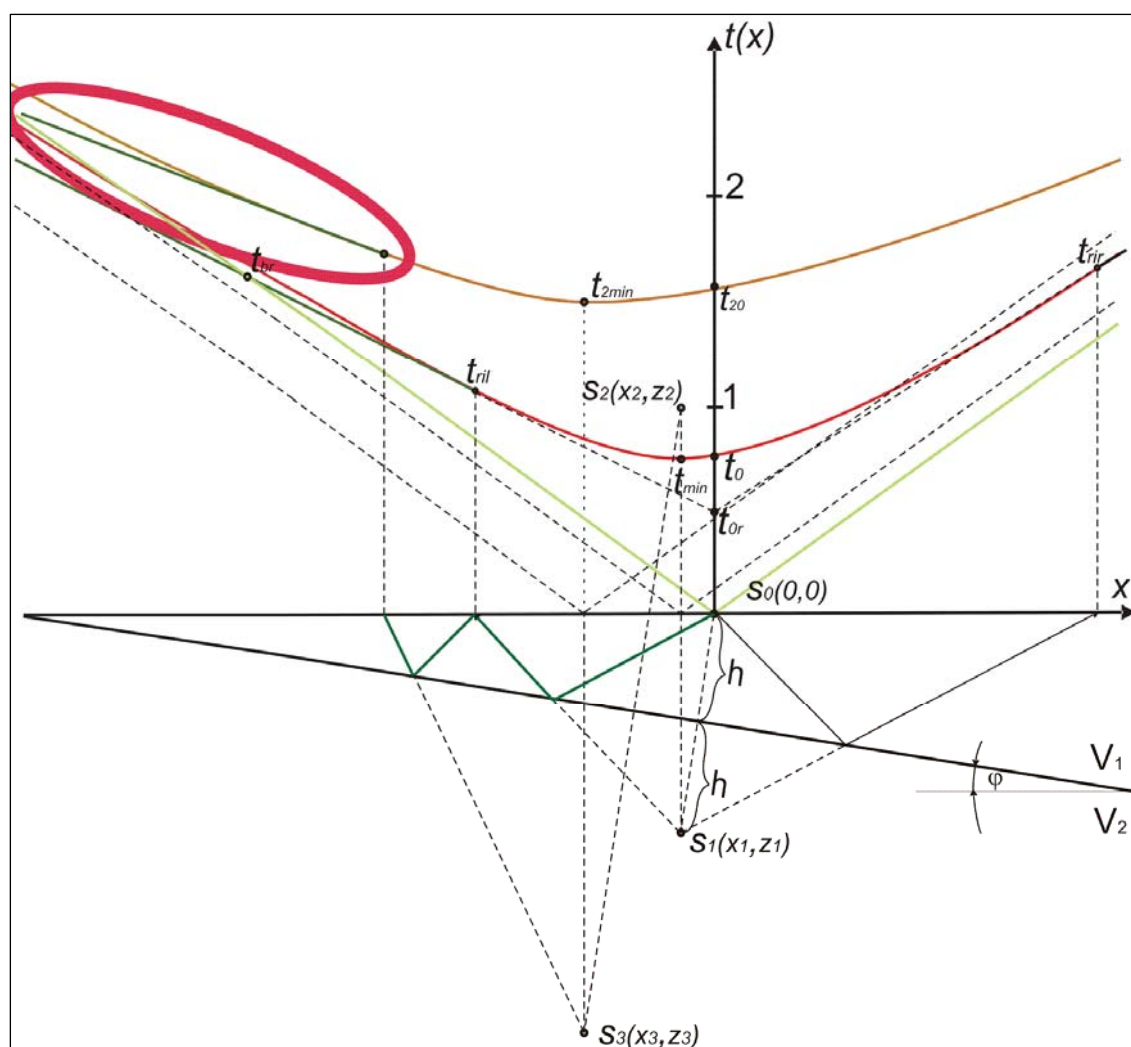


Рис. 15 Годограф кратной преломленно-отраженной волны.

Подробно с характеристиками кратных волн различных типов можно ознакомиться в [2, 5].

В заключение отметим, что волны любой кратности и комбинаций, не противоречащие физическим законам, имеют право на существование. Другое дело, что волны большой кратности с ее (кратностью) увеличением существенно ослабляются по интенсивности и оказывают значительное влияние на волновое поле лишь в достаточно специфических условиях.

Литература.

1. Гамбурцев Г.А. Основы сейсморазведки.
2. Гурвич И.И. Сейсмическая разведка
3. Ризниченко Ю.В. Геометрическая сейсмика слоистых сред.
4. Гельфанд И.М., Шилев Г.Е. Обобщенные функции и действия над ними.
5. Пузырев Н.Н. Интерпретация данных метода отраженных волн.