

Лекция 06. Сейсмические годографы – линейные и поверхностные. Годографы прямой и дифрагированной волн. Годограф отражённой волны. Годограф преломлённой волны.

Оглавление

Кинематические принципы и законы.....	1
Поля времён и годографы.....	2
Волны в однородной покрывающей среде.....	3
Прямая волна.....	4
Поверхностные и звуковые волны.....	5
Дифракция.....	5
Среда с одной границей раздела.....	6
Поля времён.....	7
Годографы различных типов волн.....	11
Отражённая волна.....	11
Преломлённая волна.....	12
Кратная отражённая волна.....	13

Кинематические принципы и законы

Принцип Гюйгенса: каждая точка среды, до которой дошло возмущение, является, в свою очередь, центром вторичных волн, а поверхность, огибающая фронты вторичных волн, представляет собой положение фронта действительной волны.

Принцип Ферма: действительным путём распространения волны является путь, по которому время пробега минимально.

Принцип взаимности: время распространения монотипной волны из одной точки в другую не изменится, если источник (ПВ) и приёмник (ПП) поменять местами.

Закон Снеллиуса: $\frac{v_{p1}}{\sin \alpha_{p1}} = \frac{v_{p2}}{\sin \alpha_{p2}} = \frac{v_{s1}}{\sin \alpha_{s1}} = \frac{v_{s2}}{\sin \alpha_{s2}} = \text{const}$ (обозначения рис. 1).

Закон Бенндорфа: зависимость угла выхода луча на линию наблюдений выражается следую-

щей формулой: $\cos e = \frac{v_{\text{истинная}}}{v^*} = v \cdot \frac{dt}{dl}$ (обозначения рис. 1).

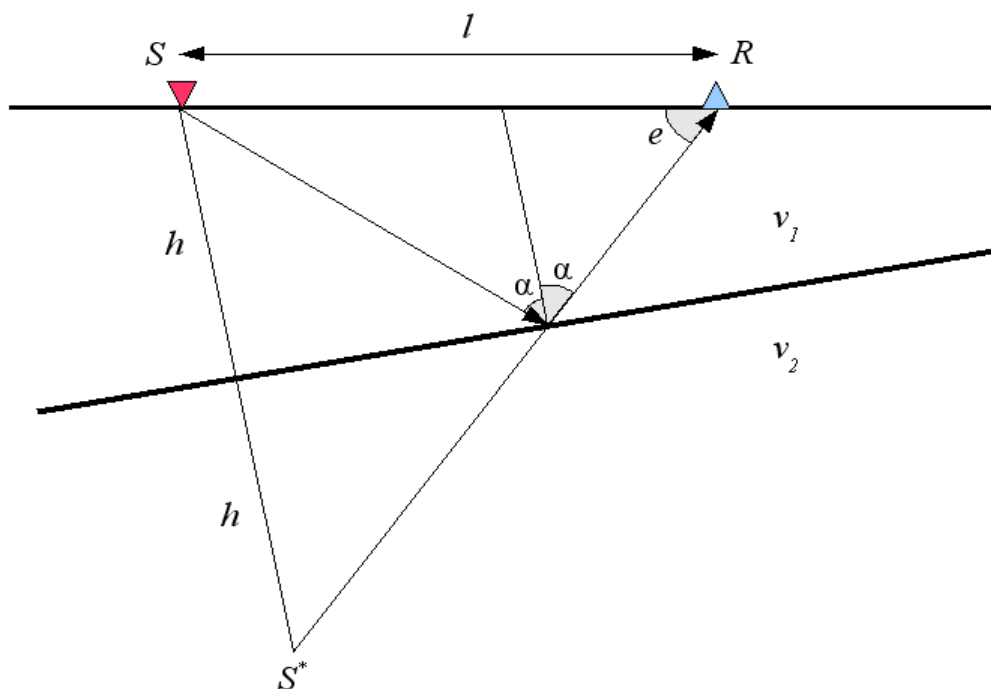


Рис. 1. Параметры модели: лучи и углы

Поля времён и годографы

Решение прямых кинематических задач заключается в установлении связи времени прихода t волны с пространственными координатами ПВ и ПП.

Зависимость времени от пространственных координат принято называть полем времён.

В общем случае поле времён есть функция от шести переменных, такое поле времён называется обобщённым: $\Pi_{33} = t(x_e, y_e, z_e, x_n, y_n, z_n)$

Если зафиксировать какие-либо координаты, то из обобщённого поля времён получим локальные поля времён:

- $\Pi_{22} = t(x_e, y_e, x_n, y_n)$ - при наблюдениях на горизонтальной плоскости;
- $\Pi_{21} = t(x_e, y_e, z_n)$ - при наблюдениях в скважине;
- $\Pi_{12} = t(z_e, x_n, y_n)$ - при наблюдении на горизонтальной плоскости возбуждённых в скважине волн
- и т. п.

Если ограничить пространство точек наблюдения, получим частные временные поля. Частные временные поля принято называть сейсмическими годографами.

Сейсмический годограф – это зависимость времени t пробега упругой волны из ПВ в ПП от координат ПП относительно ПВ.

В теории сейсмических годографов местоположение источника часто принимают за начало системы координат. Для упрощения анализа чаще всего принимается допущение $z_n=0$, т.е. поверхность наблюдений плоская.

Если наблюдения производятся на плоскости (x_n, y_n) , то функция $t=f(x_n, y_n)$ представляет собой поверхностный годограф. Проекции сечения поверхностного годографа плоскостями, перпендикулярными оси Ot , на плоскость Oxy , называются изохронами (линиями равных времён) поверхностного годографа сейсмической волны. Семейство изохрон образует карту изохрон.

Если наблюдения производятся вдоль некоторой линии, то:

- (а) в случае, если линия ПП проходит через ПВ, эту линию называют линейным продольным профилем, а соответствующий годограф – линейным продольным годографом;
- (б) в случае, если линия ПП не проходит через ПВ, эту линию называют линейным непродольным профилем, а соответствующий годограф – линейным непродольным годографом;
- (с) в случае, когда ПВ расположен на поверхности, а приёмники – в скважине, зависимость $t(z_n)$ называют вертикальным, или скважинным, годографом. Если ПВ находится у устья скважины, имеем продольный вертикальный годограф, иначе – непродольный.

Время пробега волны зависит от ряда факторов:

- расстояние ПВ – ПП;
- характер строения и скоростная модель распространения упругих волн в геологической среде
- положение и форма геологических границ;
- тип волны.

Волны в однородной покрывающей среде

Рассмотрим однородную покрывающую среду (рис. 2).

В такой среде, характеризующейся только наличием границы раздела земля / воздух, происходит распространение следующих типов волн:

- прямая волна – объёмная продольная упругая волна, распространяющаяся от ПВ во все стороны, в том числе и вдоль дневной поверхности;

- поверхностная волна – волна Рэлея, распространяющаяся в тонком слое, прилегающем к границе земля / воздух;

- звуковая волна, распространяющаяся по воздуху вблизи поверхности земли (такая волна образуется, например, при недостаточной глубине заряда или плохой его укупорке в скважине).

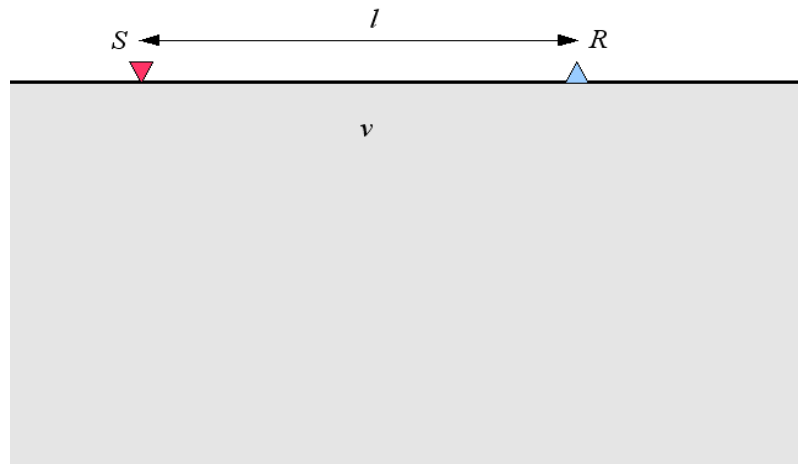


Рис. 2. Однородная среда

Прямая волна

Поскольку прямая волна распространяется вдоль дневной поверхности, то уравнение её годографа, очевидно, можно получить, разделив расстояние, пройденное волной (т.е. удаление ПВ – ПП), на скорость упругих волн в земле:

$$t = \frac{l}{v} = \frac{1}{v} \cdot \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1)$$

Уравнение (1) суть уравнение поверхностного годографа прямой волны. Преобразуем его к каноническому виду уравнения поверхности второго порядка:

$$\frac{x^2}{v^2} + \frac{y^2}{v^2} - t^2 = 0 \quad (2)$$

Получили уравнение конической поверхности, исходящей из начала координат, с вертикальной осью вращения $0t$ и образующей, наклонённой к горизонтальным осям под углом γ , при этом $\operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{v}$ (рис. 3). При $t = \text{const}$ получим уравнения изохрон: $x^2 + y^2 = T^2$ – концентрические окружности в центром в начале координат и радиусом T .

Уравнение линейного продольного годографа при ориентировании профиля вдоль оси $0x$ запишем как $t = \frac{x}{v}$.

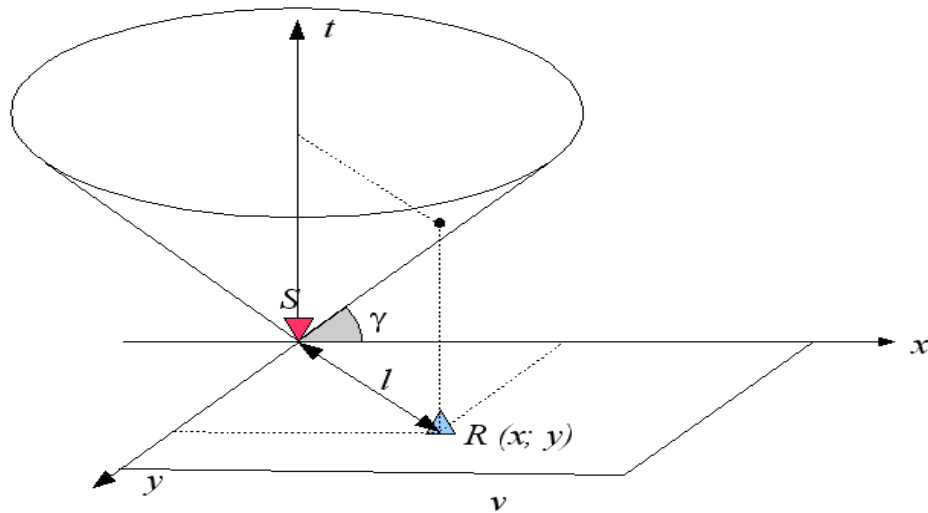


Рис. 3. Поверхностный годограф прямой волны

Поверхностные и звуковые волны

Несмотря на различную физическую природу прямых, поверхностных и звуковых волн и различные скорости их распространения, с точки зрения теории сейсмических годографов, общим для этих типов волн является их распространение вдоль границы «земля / воздух». Поэтому годографы имеют общие особенности и описываются выражениями, аналогичными (1) и (2).

Дифракция

Дополним модель однородной покрывающей среды (рис. 4).

Путь дифрагированной волны будет описываться как $t = SD + DR$.

Но $SD = \sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}$. Поскольку время пробега волны до точки дифракции есть константа

при фиксированном положении источника, введём обозначение $\tau_d = \frac{SD}{v} = \frac{1}{v} \cdot \sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}$. С

учётом $DR = \sqrt{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2 + (z - z_d)^2}$ получим:

$$t = \tau_d + \frac{1}{v} \cdot \sqrt{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2 + (z - z_d)^2} \quad (3)$$

Годограф дифрагированной волны представляет собой гиперboloид вращения, вертикальная ось симметрии которого проходит через точку дифракции.

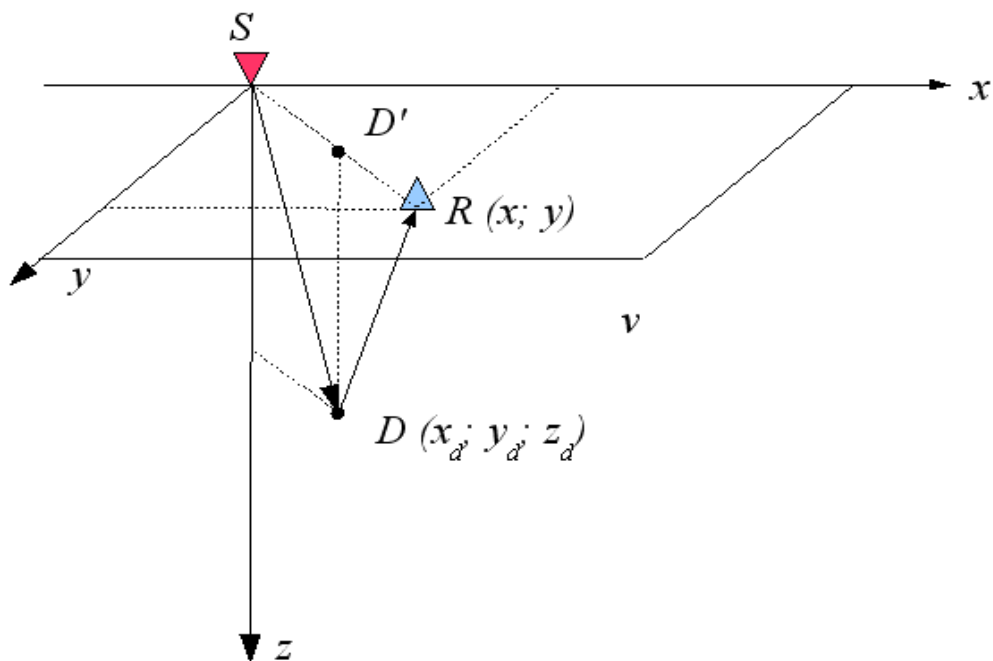


Рис. 4. Точка дифракции в среде. Дифрактор на линии профиля SR

Минимум годографа соответствует времени $t_{min} = \tau_d + \frac{z_d}{v}$.

Изохроны дифрагированной волны – концентрические окружности с центром в точке D' – проекции точки D на плоскость Oxy .

Уравнение линейного продольного годографа при ориентировании профиля вдоль оси Ox , если дифрактор находится на линии профиля, запишем как

$$t = \tau_d + \frac{1}{v} \cdot \sqrt{(x - x_d)^2 + (z - z_d)^2} \quad (4)$$

Если дифрактор не находится на линии профиля, уравнение (4) преобразуется в вид:

$$t = \tau_d + \frac{1}{v} \cdot \sqrt{(x - x_d)^2 + b^2} \quad (5)$$

где $b = \sqrt{y_d^2 + z_d^2}$ - расстояние от точки дифракции до профиля.

Среда с одной границей раздела

Рассмотрим однородный пласт, залегающий на однородном изотропном полупространстве (рис. 5).

Пусть плоская отражающая граница является разделяет пласт и подстилающее его полупро-

странство. Эхо-глубина границы (т.е. глубина по нормали) в точке источника колебаний равна h , а угол падения границы равен φ . Будем считать угол φ положительным, если направление падения границы совпадает с направлением сейсмического профиля, и отрицательным, если эти направления противоположны.

Поверхность наблюдений горизонтальная и совпадает с дневной поверхностью ($z = 0$). Источник колебаний расположен в точке $S(0; 0)$. Скорости распространения сейсмических волн равны: v_1 в пласте и v_2 в подстилающем полупространстве, причём $v_2 > v_1$.

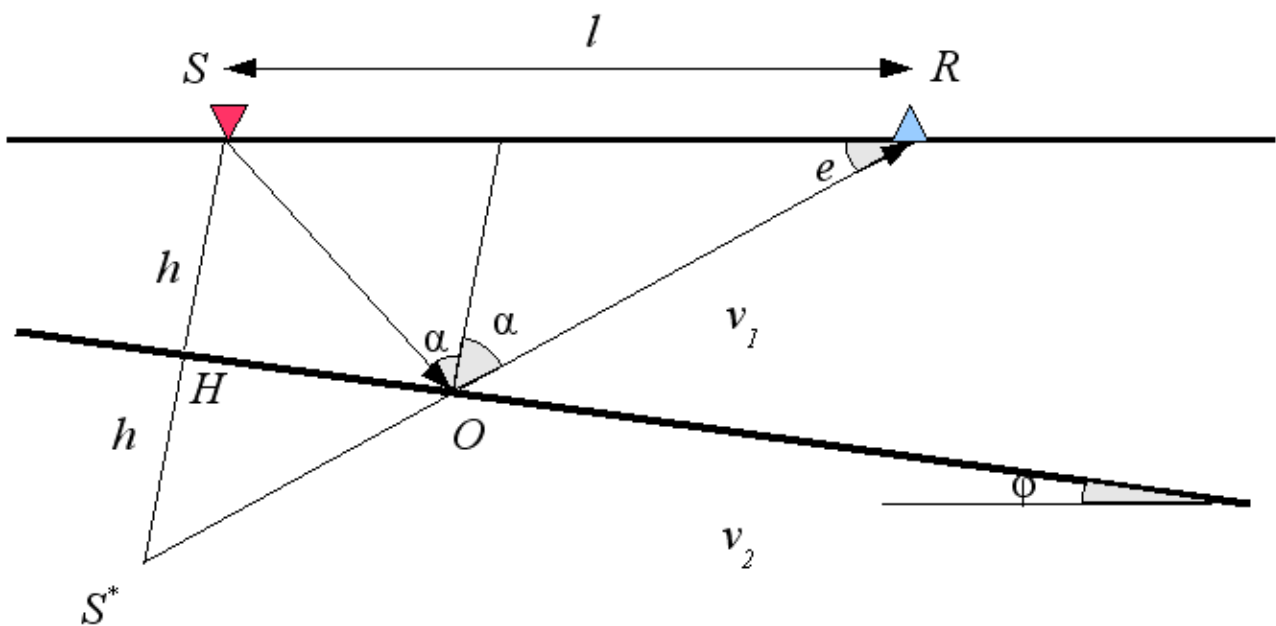


Рис. 5. Параметры модели: однородный слой на однородном полупространстве

Поля времён

В однородной среде, в случае точечного источника, действующего кратковременно в точке S в момент $t = 0$, фронт падающей волны в различные моменты времени в соответствии с фундаментальным решением волнового уравнения имеет вид сферических поверхностей. Их радиусы изменяются во времени в соответствии со скоростью распространения волны как $r(t) = v t$.

Используя принцип Гюйгенса, сделаем следующие заключения:

- в начальный момент времени $t=0$ элементарный “вторичный” источник как бы расположен лишь в точке S , поэтому для последующего момента $t=\Delta t$ начальная форма фронта – сфера радиуса $r = v\Delta t$ (в плоскости Oxz – окружность);
- поскольку огибающая фронтов вторичных источников, расположенных на окружно-

сти, будет также представлять собой окружность (либо дугу окружности) в любой последующий момент времени, то можно избежать построения таких фронтов от элементарных источников и вычерчивать непосредственно изохроны полей времен в виде окружностей (рис. 6).

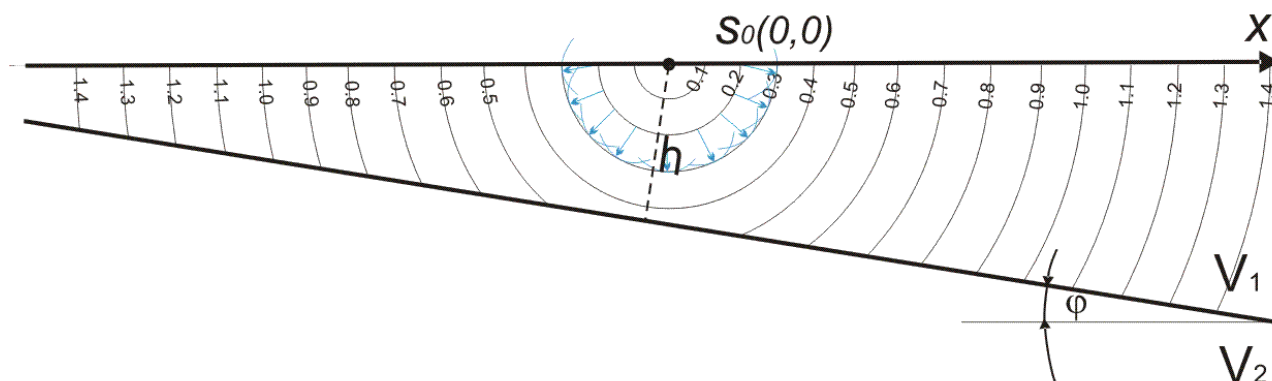


Рис. 6. Фронт падающей волны (из сб. лаб.раб. Г.А. Карапетова, 2007 г.)

В соответствии с законом Снеллиуса, для любого луча монотипной волны угол падения α равен углу отражения α_1 . Это позволяет для построения лучей и изохрон отражённой волны использовать мнимый источник $S_I(x_I, z_I)$, расположенный зеркально истинному по отношению к отражающей границе.

При построении поля времен однократно отраженной волны радиусы изохрон рассчитываются по той же формуле, но в качестве центра окружностей теперь выбирается точка мнимого источника S_I . Изохроны строятся только в пределах пласта (рис. 7) и согласуются с изохронами поля времен падающей волны.

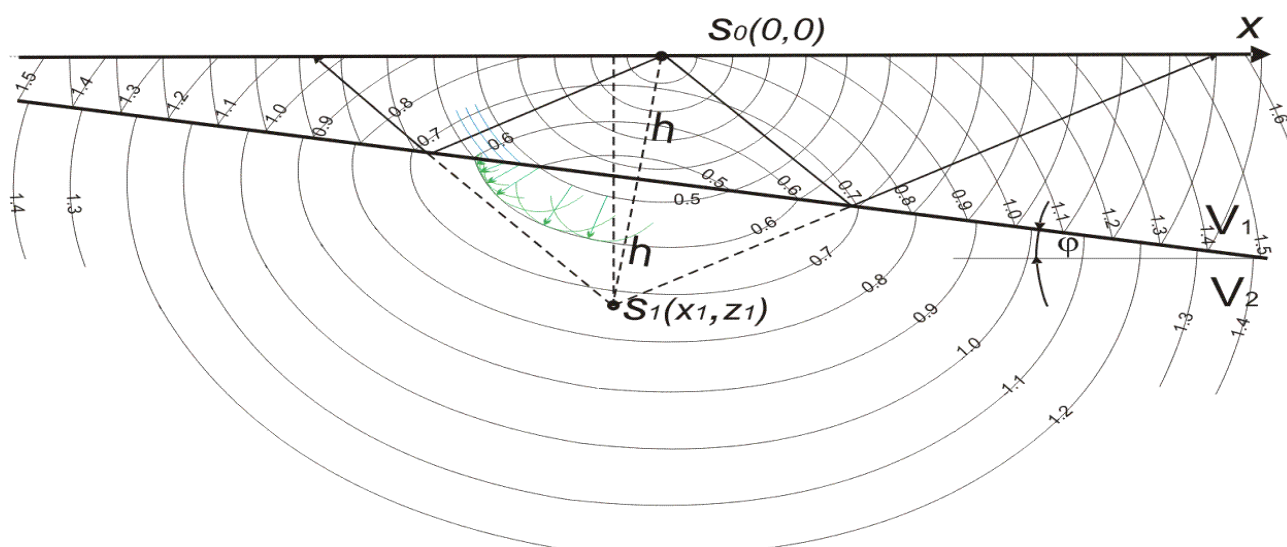


Рис. 7. Поля времён падающей, отражённой и проходящей волн (из сб. лаб.раб. Г.А. Карапетова)

С целью построения поля времён волны, проходящей в нижнее полупространство, необходимо применять принцип Гюйгенса в его непосредственном виде, т. е. строить элементарные фронты от вторичных источников, однако для вычисления радиуса фронтов этих элементарных источников необходимо использовать уже v_2 , т.е. $\Delta r = V_2 \Delta t$, поскольку построения проходят во второй среде.

Для уточнения построений в области касания изохроной проходящей волны границы необходимо учитывать время прихода падающей волны к этой же границе. С этой целью вблизи границы проводятся дополнительные изохроны (рис. 7) с шагом кратным Δt (например, $\Delta t/4$).

Начиная с точек границы, определяемых лучами, падающими под критическим углом (рис. 8) (область “закритических отражений”), преломленные лучи скользят вдоль границы со скоростью v_2 . Фронт проходящей волны в этой области в зоне касания границы перпендикулярен ей (имеет эллиптическую форму с большой полуосью, совпадающей с границей). В закритической области, прохождение однородной волны из слоя в полупространство не происходит, т. е. имеет место так называемое явление “полного внутреннего отражения”.

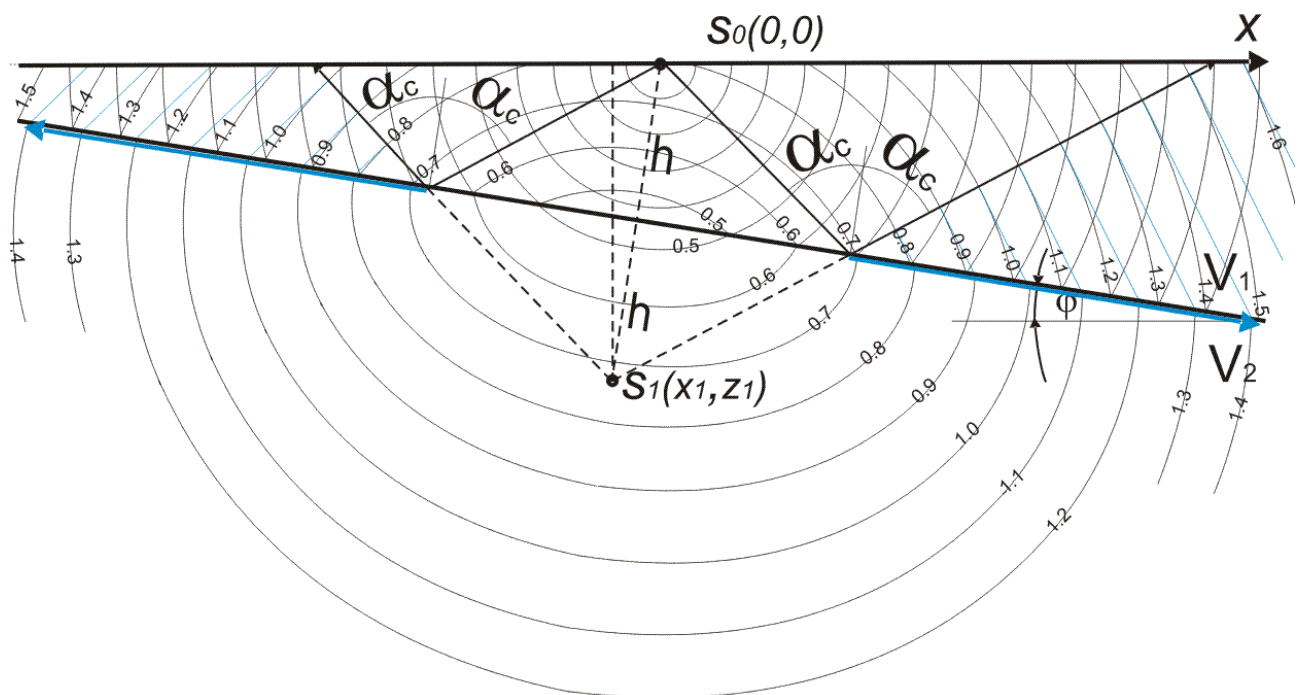


Рис. 8. Критический угол падения (из сб. лаб.раб. Г.А. Карапетова, 2007 г.)

В закритической области фронт проходящей волны скользит вдоль границы со скоростью v_2 - более высокой, чем фронт отраженной волны, отрывается от него, порождая в вышележащем пласте т.н. преломленную волну, которая компенсирует этот разрыв сплошности. Эта волна

регистрируется на поверхности, начиная с точки выхода луча, отражённого под критическим углом.

Отражённая от границы волна, достигая поверхности земли ($z=0$), вновь отражается от неё, образуя кратную падающую волну (рис. 9). Построение поля времен такой волны, в данном случае, удобно проводить из мнимого источника $S_2(x_2, z_2)$, расположенного симметрично по отношению к дневной поверхности мнимому источнику S_1 . Радиусы изохрон рассчитываются по той же формуле $r_i = i v_1 \Delta t$, с нарастанием индекса i . Изохроны полей времен отражённой волны и кратной падающей, имеющие одинаковое время, должны быть сопряжены в точках касания дневной поверхности.

Достигая границы, кратная падающая волна вновь отражается к дневной поверхности, где может быть также зарегистрирована как двукратно отраженная волна. Другая ее часть проходит в нижнее полупространство или скользит вдоль границы, образуя кратную преломленную волну, и т. д. Изохроны поля времен двукратно отраженной волны удобно строить на основе все того же упрощения принципа Гюйгенса для однородной среды и точечного источника, при этом дополнительный мнимый источник $S_3(x_3, z_3)$ располагается зеркально источнику $S_2(x_2, z_2)$ по отношению к отражающей границе.

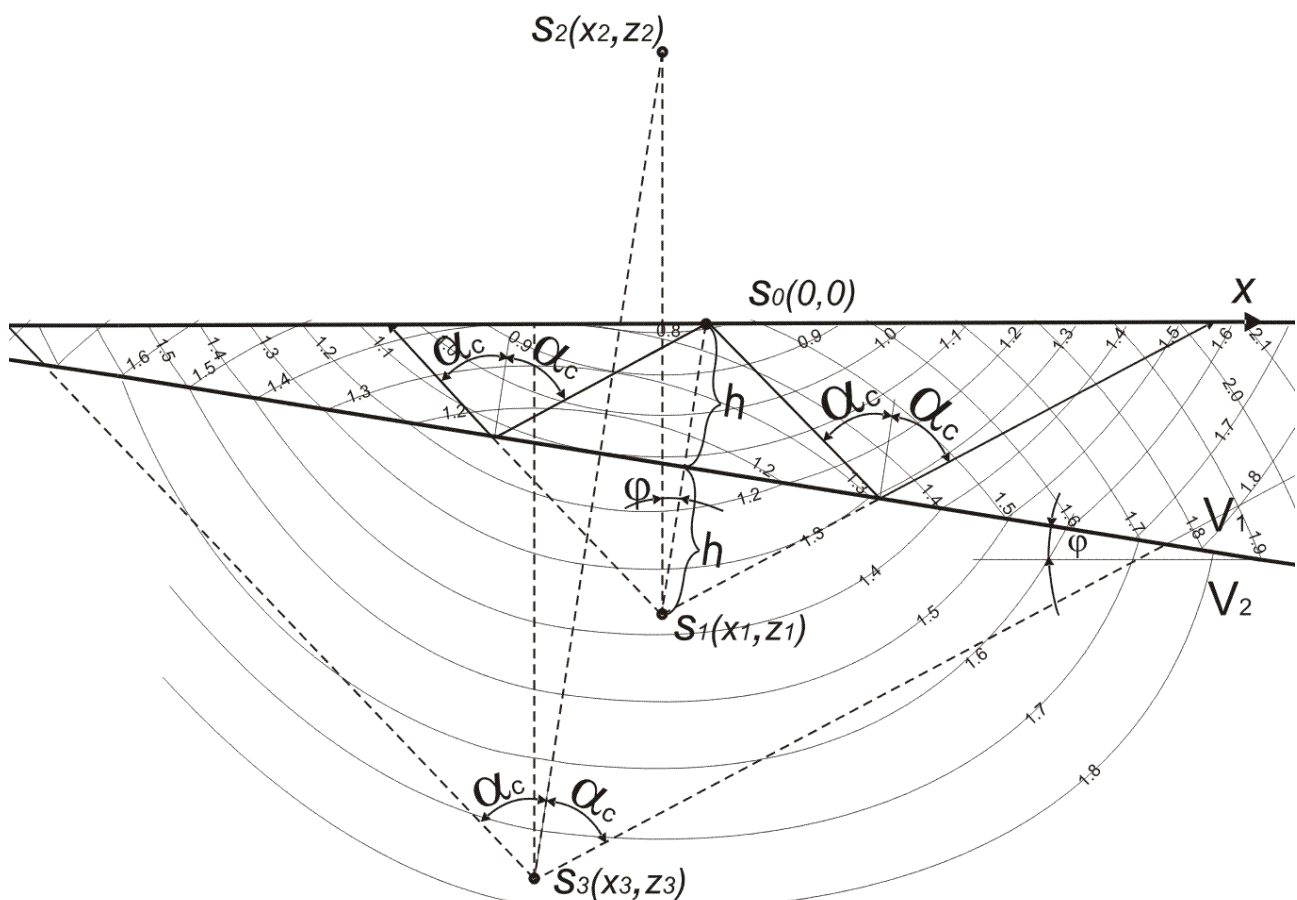


Рис. 9. Поля времён кратных волн (из сб. лаб.раб. Г.А. Карапетова, 2007 г.)

Поле времен кратной проходящей волны (рис. 5) необходимо строить с учетом зон полного внутреннего отражения, для чего необходимо вначале построить “критические” лучи и сопоставить изохроны на границе раздела лишь в центральной части, учитывая дальнейшее расхождение фронтов в закритической области.

Годографы различных типов волн

Отражённая волна

В соответствии с рис. 5 волна, отражённая от границы, проходит путь $L = SO + OR$. Выразим путь, пройденный волной, через удаление ПВ – ПП и параметры границы.

Продолжим отрезок OR до пересечения с продолжением отрезка SH в точке S^* . Рассмотрим треугольники SOH и S^*OH (рис. 10). Это прямоугольные треугольники (SH перпендикулярен

границе по построению) с общим катетом OH . В $\triangle SOH$: $\angle SOH = \frac{\pi}{2} - \alpha$, т. к. $\angle MOH$ прямой и $\angle SOM = \alpha$ по построению. В $\triangle S^*OH$: $\angle S^*OH = \frac{\pi}{2} - \alpha$, т.к. $\angle HOK$ – прямой, а $\angle SOK = \alpha$ как вертикальный угол при пересекающихся прямых. Следовательно, эти треугольники равны по катету и острому углу. Поэтому $SO = S^*O$ и $SH = HS^* = h$. Получаем, что $L = S^*O + OR = S^*R$.

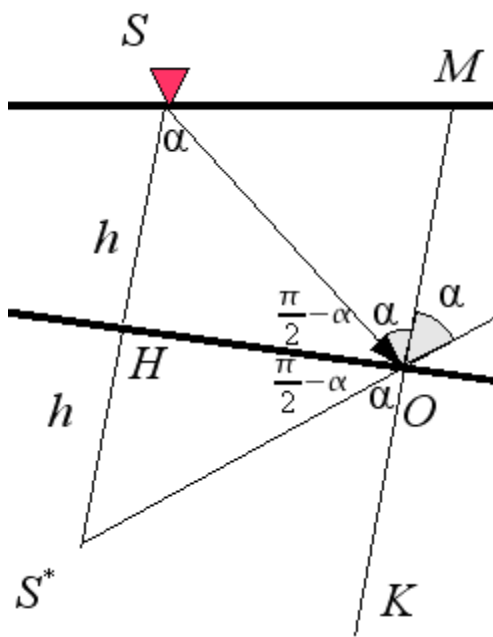


Рис. 10. Геометрические соотношения при отражении

Очевидно, что угол между прямой SS^* и перпендикуляром к дневной поверхности равен углу падения границы φ . Точка S^* , таким образом, будет иметь координаты $(-2h \sin \varphi; 2h \cos \varphi)$. Учитывая, что приёмник колебаний находится в точке $R(x; 0)$, запишем:

$$L = S^*R = \sqrt{(x - (-2h \sin \varphi))^2 + (2h \cos \varphi)^2} = \sqrt{4h^2 + 4hx \sin \varphi + x^2}$$

Время регистрации волны равно пройденному расстоянию L , отнесённому к скорости распространения волны:

$$t = \frac{1}{v} \cdot \sqrt{4h^2 + 4hx \sin \varphi + x^2} \quad (6)$$

Это формула линейного годографа отражённой волны. Приведя уравнение (6) к каноническому виду, получим

уравнение гиперболы:

$$\frac{(x - x_{min})^2}{4h^2} - \frac{t^2}{(2h/v_1)^2} = -1 \quad (7)$$

с минимумом в точке $x_{min} = -2h \sin \varphi$, $t_{min} = \frac{2h \cos \varphi}{v_1}$.

Асимптотами годографа являются прямые $t_{ac} = \frac{1}{v_1} \cdot |x - x_{min}|$

В точке источника значение времени равно $t_0 = \frac{2h}{v}$

Преломлённая волна

Преломлённая волна образуется при критическом ($\alpha_k = \arcsin \frac{v_1}{v_2}$) падении волны на границу (рис. 11).

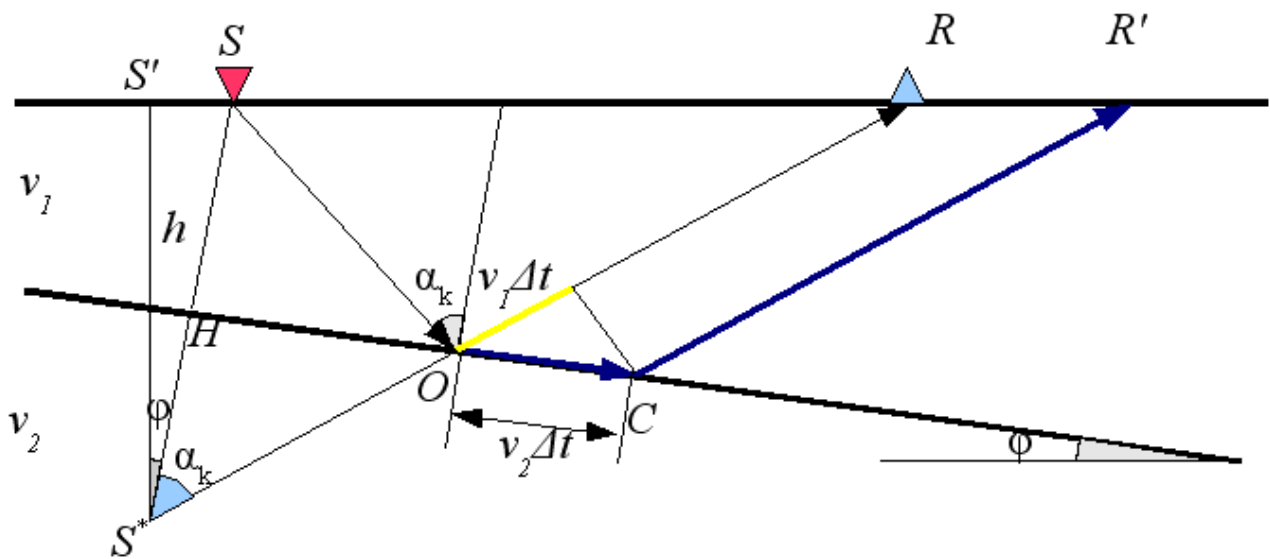


Рис. 11. Преломлённая волна: геометрические соотношения

Волна распространяется вдоль границы раздела со скоростью, равной скорости в подстилающем полупространстве. Регистрация данной волны возможна только с момента выхода критического луча на поверхность. Время в точке выхода критического луча на поверхность одинаково для отражённой и преломлённой волны.

Годограф преломлённой волны имеет вид

$$t = t_{0r} + \frac{x}{v^*} = \frac{2h \cos \alpha_\kappa}{v_1} + \frac{|x| \cdot \sin(\alpha_\kappa \pm \varphi)}{v_1} \quad (8)$$

Годограф преломлённой волны имеет два отдельных прямолинейных участка с различными кажущимися скоростями:

$$v_\pm^* = \frac{v_1}{\sin(\alpha_\kappa \pm \varphi)} \quad (9)$$

Точки выхода преломлённой волны на поверхность имеют соответственно координаты:

$$\begin{aligned} x_{min}^+ &= 2h \cos \varphi \cdot \operatorname{tg}(\alpha_\kappa + \varphi) - 2h \sin \varphi \\ x_{min}^- &= -2h \cos \varphi \cdot \operatorname{tg}(\alpha_\kappa - \varphi) + 2h \sin \varphi \end{aligned} \quad (10)$$

Поскольку уравнение годографа представляет собой уравнение прямой линии, то член, соот-

ветствующий константе - $t_{0r} = \frac{2h \cos \alpha_\kappa}{v_1}$ - формально позволяет определить эхо-глубину в

точке источника. В связи с тем, что для обеих ветвей годографа эхо-глубина одна и та же, значения t_{0r} для них также должны совпадать.

Кратная отражённая волна

Годограф двукратно отраженной волны от границы имеет также вид гиперболы, которая формально эквивалентна годографу однократно отраженной волны от границы, имеющей

угол наклона $\varphi_2 = 2\varphi$ и эхо-глубину $h_2 = h \cdot \sin \frac{2\varphi}{\sin \varphi} \varphi = 2h \cos \varphi$, то есть

$$\begin{aligned} t &= \frac{1}{v_1} \cdot \sqrt{4h_2^2 + 4h_2 x \sin 2\varphi + x^2} = \\ &= \frac{1}{v_1} \cdot \sqrt{4h^2 \cdot \frac{\sin^2 2\varphi}{\sin^2 \varphi} + 4h x \frac{\sin^2 2\varphi}{\sin \varphi} + x^2} \end{aligned} \quad (11)$$

Асимптоты годографа двукратно отражённой волны имеют тот же наклон, что и асимптоты годографа однократно отраженной волны. Это связано с тем обстоятельством, что волна проходит весь свой путь, так же как и однократная, в первой среде со скоростью v_1 и, хотя стороны образующего прямоугольника гиперболы другие, их отношение не меняется.